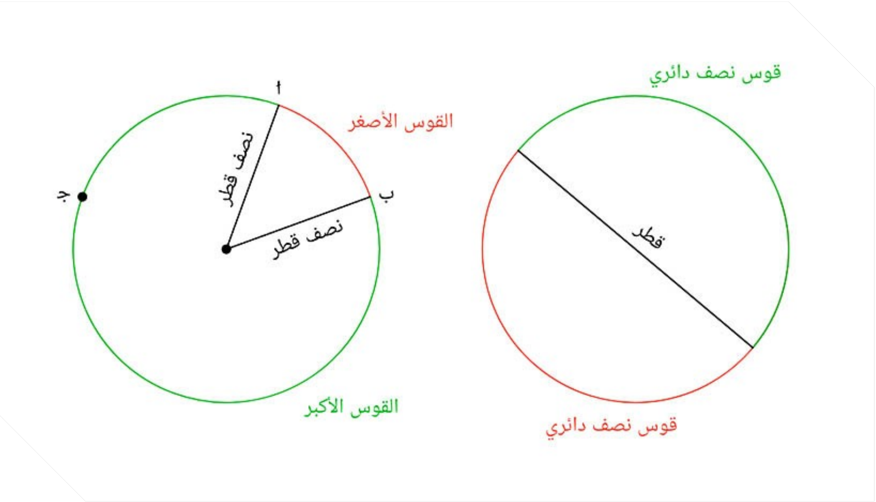
بحث عن

الزوايا والأقواس والأوتار

المادة : ....



عمل الطالب

....

الصف : ....

مقدمة

تُعتبر الدائرة من الأشكال الهندسية الأساسية التي تتميز بتناغم فريد بين عناصرها المختلفة. من بين هذه العناصر الهامة نجد الزوايا والأقواس والأوتار، والتي ترتبط فيما بينها بعلاقات رياضية دقيقة تُمكننا من قياسها وفهم خصائصها. إن فهم هذه العلاقات وكيفية قياسها يُعد أمرًا ضروريًا في العديد من فروع الرياضيات والهندسة، وله تطبيقات عملية في مجالات متنوعة مثل الملاحة والفلك والتصميم.

الأقواس في الدائرة (Arcs of a Circle)

تعريف القوس: القوس هو جزء من محيط الدائرة يقع بين نقطتين عليها.

أنواع الأقواس:

1. **القوس الأصغر (Minor Arc):** هو القوس الذي قياسه أقل من 180 درجة، ويُحدد بنقطتين على الدائرة.
2. **القوس الأكبر (Major Arc):** هو القوس الذي قياسه أكبر من 180 درجة، ويُحدد بثلاث نقاط على الدائرة (نقطتا البداية والنهاية ونقطة ثالثة عليه لتحديد الاتجاه).
3. **نصف الدائرة (Semicircle):** هو القوس الذي قياسه يساوي بالضبط 180 درجة، ويتكون من نقطتي طرفي قطر الدائرة وأي نقطة أخرى على الدائرة.

قياس القوس: يُعرف قياس القوس الأصغر بأنه قياس الزاوية المركزية التي تقابله. أما قياس القوس الأكبر فيُحسب بطرح قياس القوس الأصغر المناظر له من 360 درجة (القياس الكلي للدائرة). قياس نصف الدائرة هو 180 درجة.

الزوايا المركزية (Central Angles)

تعريف الزاوية المركزية: الزاوية المركزية هي زاوية يقع رأسها في مركز الدائرة وضلعاها هما نصفي قطرين في الدائرة.

العلاقة بين الزاوية المركزية والقوس المقابل: قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس الأصغر الذي تقابله.

الزوايا المحيطية (Inscribed Angles)

تعريف الزاوية المحيطية: الزاوية المحيطية هي زاوية يقع رأسها على محيط الدائرة وضلعاها هما وترين في الدائرة يشتركان في نقطة الرأس.

العلاقة بين الزاوية المحيطية والقوس المقابل: قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

نتائج نظرية الزاوية المحيطية

1. **الزوايا المحيطية التي تقابل نفس القوس تكون متطابقة.**
2. **الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة تكون زاوية قائمة (90 درجة).**
3. **الزاويتان المتقابلتان في شكل رباعي دائري تكونان متكاملتين (مجموع قياسيهما 180 درجة).**

الأوتار في الدائرة (Chords of a Circle)

تعريف الوتر: الوتر هو قطعة مستقيمة يصل طرفاها بين نقطتين على الدائرة. القطر هو أطول وتر في الدائرة ويمر بمركزها.

العلاقة بين الأوتار والأقواس والزوايا المركزية:

1. الزوايا المركزية المتطابقة تقابل أقواسًا متطابقة.
2. الأقواس المتطابقة يقابلها أوتار متطابقة.
3. الأوتار التي تبعد نفس المسافة عن مركز الدائرة تكون متطابقة.
4. العمود النازل من مركز الدائرة على وتر ينصف الوتر وينصف القوس المقابل له.

الزوايا المتكونة من تقاطع الأوتار داخل الدائرة

نظرية: إذا تقاطع وتران داخل دائـرة، فـإن قيـاس كـل زاويـة متكونـة يساوي نصف مجموع قياسي القوسين المقابلين لتلك الزاوية والزاويـة المقابلة لها بالرأس.

إذا تقاطع الوتران AB و CD في النقطة E داخل الدائرة، فـإن: قيـاس ∠AEC = قياس ∠BED = ½ * (قياس القوس AC + قياس القوس BD) قياس ∠AED = قياس ∠BEC = ½ * (قياس القوس AD + قياس القوس BC)

الزوايا المتكونة من القواطع والمماسات خارج الدائرة

1. **نظرية القاطعين:** إذا تقاطع قاطعان خارج دائرة، فـإن قيـاس الزاويـة المتكونـة يسـاوي نصـف الفـرق المـوجب بين قياسـي القوسين المقابلين لتلك الزاوية.
2. **نظرية المماسين:** إذا تقاطع مماسان خارج دائرة، فإن قيـاس الزاويـة المتكونـة يسـاوي نصـف الفـرق المـوجب بين قياسـي القوسين المقابلين لتلك الزاوية.
3. **نظرية القاطع والممـاس:** إذا تقـاطع قـاطع ومممـاس خـارج دائرة، فإن قياس الزاوية المتكونة يساوي نصف الفـرق المـوجب بين قياسي القوسين المقابلين لتلك الزاوية.
4. **نظرية المماس والوتر:** الزاوية المحصـورة بين ممـاس ووتـر مرسـوم من نقطـة التمـاس تسـاوي قيـاس الزاويـة المحيطيـة المقابلـة لهـذا الـوتر في الجـزء الآخـر من الـدائرة (القطعـة المتبادلة).

قياس أطوال الأوتار

يمكن حساب طول الوتر في الـدائرة باسـتخدام نظريـة فيثـاغورس أو قـوانين المثلثـات إذا علمنـا نصـف قطـر الـدائرة والمسـافة بين مركـز الدائرة والوتر، أو إذا علمنا قياس القوس المقابل للوتر.

على سبيل المثال، إذا كان لدينا وتر يبعد مسافة 'د' عن مركز دائرة نصف قطرها 'نق'، فإن نصف طول الوتر يساوي √(نق^2 - د^2)، وبالتالي فإن طول الوتر يساوي 2 * √(نق^2 - د^2).

خاتمة

في الختام، يتضح أن هناك علاقات رياضية دقيقة ومهمة تربط بين قياسات الزوايا والأقواس والأوتار في الدائرة. لقد استعرضنا في هذا البحث تعريف كل من هذه العناصر وأنواعها، والعلاقات الأساسية التي تحكم قياساتها، بالإضافة إلى بعض النظريات الهامة المتعلقة بالزوايا المتكونة من تقاطع الأوتار والقواطع والمماسات. إن فهم هذه العلاقات يمكّننا من حل العديد من المسائل الهندسية المتعلقة بالدائرة وتطبيقاتها في مختلف المجالات. فالدائرة، بعناصرها المتناسقة، تُعد مثالًا رائعًا على الجمال والنظام في عالم الرياضيات، ودراسة قياسات زواياها وأقواسها وأوتارها تُعمق فهمنا لهذا الشكل الهندسي الأساسي.